

# Το εκκρεμές του Φουκώ

## Περίληψη

Η παρούσα εργασία είναι μια προσπάθεια να επαναλάβουμε το πείραμα του Φουκώ και να επαληθεύσουμε τα ευρήματά του. Παρατηρώντας ένα εκκρεμές θα επιχειρήσουμε να επιβεβαιώσουμε την περιστροφή της Γης. Τέλος θα επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα της Γης καθώς και το γεωγραφικό πλάτος της περιοχής που βρίσκεται το εκκρεμές που χρησιμοποιήσαμε.

## Εισαγωγή – Περιγραφή του προβλήματος

Την εποχή του Φουκώ η περιστροφή της Γης ήταν πλέον δεδομένη. Όμως, κανείς ακόμα δεν την είχε αποδείξει πειραματικά. Ο Φουκώ, γνωρίζοντας ότι το επίπεδο ταλάντωσης του εκκρεμούς δεν αλλάζει αν περιστραφεί το σημείο στήριξής του, σκέφτηκε ότι μπορεί να το χρησιμοποιήσει σαν σταθερό σημείο ή καλύτερα σαν σταθερό επίπεδο και ότι αν κατά την παρατήρηση ενός εκκρεμούς το επίπεδο ταλάντωσης του φαινόταν να αλλάζει, αυτό θα οφειλόταν στην περιστροφή του επιπέδου κάτω από το εκκρεμές και συνεπώς στην περιστροφή της Γης.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να επαληθεύσουμε το πείραμα του Φουκώ. Χρησιμοποιώντας ένα μικρό εκκρεμές θα ελέγξουμε αν η αρχική υπόθεση του Φουκώ για το επίπεδο ταλάντωσης είναι σωστή. Χρησιμοποιώντας ένα μεγαλύτερο εκκρεμές, όπως έκανε και Φουκώ, θα επιχειρήσουμε να επιβεβαιώσουμε πειραματικά την περιστροφή της Γης. Με βάση το γεγονός ότι η Γη είναι σφαίρα και τα δεδομένα που συλλέξαμε χρησιμοποιώντας το εκκρεμές θα υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα της Γης καθώς και το γεωγραφικό πλάτος του σχολείου της Ελληνογερμανικής Αγωγής.

## Υπόθεση – Αρχική ιδέα

Προκειμένου να επαληθευτεί η κίνηση ενός επιπέδου πρέπει κανείς να επιλέξει ένα σημείο του επιπέδου και ένα σταθερό σημείο εκτός αυτού και να συγκρίνει την μεταξύ τους απόσταση κατά τακτά χρονικά διαστήματα. Αν η απόσταση αυτή μεταβάλλεται, δεδομένου ότι το σημείο εκτός του επιπέδου είναι σταθερό, τότε κινείται το επίπεδο.

Η περιστροφή της Γης μπορεί να αποδειχθεί χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τρόπο. Ιδανικά, για να μπορέσει κανείς να δει την περιστροφή της Γης θα πρέπει να μην είναι πάνω σε αυτή. Δεδομένου όμως ότι εμείς είμαστε πάνω στη Γη πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κάποιο έμμεσο τρόπο. Για να χρησιμοποιήσουμε την λογική που περιγράφηκε παραπάνω μένει να βρεθεί ένα σταθερό σημείο. Αν βρεθεί ένα τέτοιο

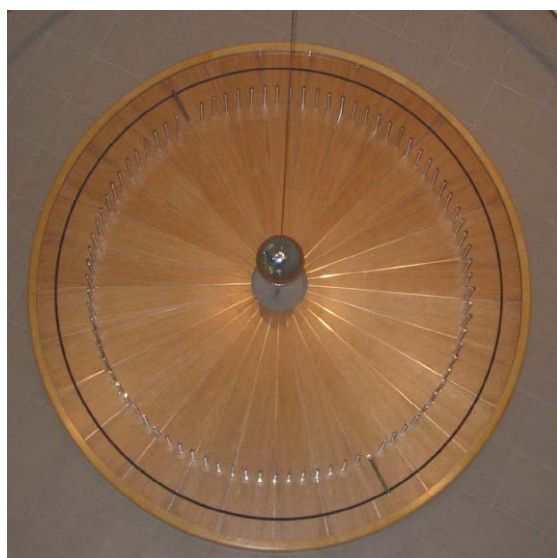
σημείο, συγκρίνοντας την θέση του με το επίπεδο από κάτω μπορούμε να αποδείξουμε την περιστροφή της Γης.

Ο Φουκώ, γνωρίζοντας ότι το επίπεδο ταλάντωσης του εκκρεμούς δεν αλλάζει αν περιστραφεί το σημείο στήριξής του, σκέφτηκε ότι μπορεί να το χρησιμοποιήσει σαν σταθερό σημείο ή καλύτερα σαν σταθερό επίπεδο και ότι αν κατά την παρατήρηση ενός εκκρεμούς το επίπεδο ταλάντωσης του φαινόταν να αλλάζει, αυτό θα οφειλόταν στην περιστροφή του επιπέδου κάτω από το εκκρεμές και συνεπώς στην περιστροφή της Γης.

Αν αυτή η υπόθεση είναι σωστή, τότε μπορεί να αποδείξει κανείς της περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονα της. Επίσης, μετρώντας πόσο χρόνο χρειάζεται το επίπεδο για να περιστραφεί υπό ορισμένη γωνία και με χρήση των εξισώσεων για την κυκλική κίνηση μπορεί κανείς να υπολογίσει την γωνιακή ταχύτητα της Γης καθώς και το γεωγραφικό πλάτος του τόπου όπου διεξάγεται το πείραμα.

### Πειραματική διάταξη

Το πείραμα διεξήχθη χρησιμοποιώντας το εκκρεμές στο σχολείο της Ελληνογερμανικής Αγωγής (Εικ 1). Η σφαίρα του εκκρεμούς ζυγίζει 61 κιλά και το συρματόσχοινο έχει μήκος 7,8 μέτρα. Ο συνολικός αριθμός των πείρων στην βάση κάτω από το εκκρεμές είναι 87. Το εκκρεμές είναι εξοπλισμένο με ένα ηλεκτρομαγνήτη που έχει τοποθετηθεί από κάτω του στο κέντρο του δίσκου, προκειμένου να μπορεί να ταλαντώνεται αδιάκοπα. Επίσης, χρησιμοποιήθηκε ένα μικρότερο εκκρεμές (Εικ 2.) για να ελέγξουμε αν η αρχική υπόθεση του Φουκώ για το επίπεδο ταλάντωσης είναι σωστή.



**Εικ 1.** Το εκκρεμές του Φουκώ στην Ελληνογερμανική Αγωγή.



**Εικ 2.** Το μικρό εκκρεμές που χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο σχετικά με την επίδραση της περιστροφής του σημείου εξάρτησης στο επίπεδο ταλάντωσης του εκκρεμούς.

## Διεξαγωγή του πειράματος

Χρησιμοποιώντας το εκκρεμές της εικόνας 2, επιβεβαιώσαμε ότι η αρχική υπόθεση του Φουκώ είναι σωστή. Κάτω από το εκκρεμές υπάρχει ένας δίσκος με άμμο ο οποίος επιτρέπει την ευκολότερη παρατήρηση της τροχιάς του εκκρεμούς. Αφού θέσαμε το σημείο στήριξης του εκκρεμούς σε κίνηση (και μαζί με αυτό και τον δίσκο με την άμμο) παρατηρήσαμε ότι πραγματικά το επίπεδο ταλάντωσης του εκκρεμούς δεν άλλαξε.

Το εκκρεμές του Φουκώ της Ελληνογερμανικής Αγωγής ταλαντώνεται αδιάκοπα λόγω του ηλεκτρομαγνήτη που διαθέτει. Ο ηλεκτρομαγνήτης δεν επηρεάζει την ταλάντωση του εκκρεμούς ούτε αλλάζει το επίπεδο ταλάντωσης του. Χρησιμοποιείτε μόνο για να αντισταθμίσει την απώλεια ενέργειας του εκκρεμούς λόγω της αντίστασης του αέρα. Σε μια ώρα παρατήρησης το εκκρεμές είχε ρίξει δυο από τους πείρους του δίσκου μαρτυρώντας έτσι την σχετική κίνηση των δυο. Χρησιμοποιώντας ένα χρονόμετρο μετρήσαμε την περίοδο του εκκρεμούς και πόσο χρόνο χρειάζεται το επίπεδο για να διαγράψει διάφορες γωνίες.

## Ανάλυση των δεδομένων

**1.** Χρησιμοποιώντας ένα χρονόμετρο μετρήσαμε την περίοδο του εκκρεμούς.

Η περίοδος μετρήθηκε  $T_{ex}=1,30$  sec

Με βάση τον τύπο για την περίοδο ενός εκκρεμούς,  $T = \sqrt{\frac{2 \cdot \ell}{g}}$ , όπου  $\ell=7,8$ m και

$g=9,81$ m/s<sup>2</sup> η θεωρητική τιμή της περιόδου για αυτό το εκκρεμές είναι,  $T_{th}=1,26$  sec

Το εκατοστιαίο σφάλμα της μέτρησής μας είναι:

$$a = \frac{T_{ex} - T_{th}}{T_{th}} \cdot 100\% = \frac{|1,30 - 1,26|}{1,26} \cdot 100\% = 3,17\%$$

**2.** Στον παρακάτω πίνακα δεδομένων παραθέτονται 10 ζεύγη μετρήσεων γωνίας και πόσο χρόνο χρειάστηκε ο δίσκος για την καλύψει.

**2.1** Ο μετρούμενος χρόνος μετατράπηκε σε λεπτά και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην τρίτη στήλη. Στη συνέχεια υπολογίστηκε η γωνιακή ταχύτητα του επιπέδου ( $\omega_y$ ) χρησιμοποιώντας την εξίσωση:  $\omega_y = \frac{\varphi}{t}$  όπου  $\varphi$  η γωνία του τόξου που καλύφθηκε και  $t$  ο χρόνος που χρειάστηκε. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην τέταρτη στήλη.

| Μετρούμενη γωνία (μοίρες) | Μετρούμενος Χρόνος (ώρες–λεπτά–δευτ.) | Χρόνος σε λεπτά | Γωνιακή ταχύτητα επιπέδου (μοίρες/λεπτά) |
|---------------------------|---------------------------------------|-----------------|--|
| 4                         | 0:25:55                               | 25,9174         | 0,15433644                               |
| 8                         | 0:51:50                               | 51,83481        | 0,15433644                               |
| 8                         | 0:50:43                               | 50,70969        | 0,15433644                               |
| 16                        | 1:46:03                               | 106,055         | 0,157760787                              |
| 32                        | 3:27:20                               | 207,3392        | 0,150865082                              |
| 40                        | 4:19:10                               | 259,174         | 0,15433644                               |
| 60                        | 6:28:46                               | 388,7611        | 0,15433644                               |
| 80                        | 8:38:21                               | 518,3481        | 0,15433644                               |
| 120                       | 12:57:31                              | 777,5221        | 0,15433644                               |
| 240                       | 25:55:03                              | 1555,044        | 0,15433644                               |

**2.2** Η μέση τιμή της γωνιακής ταχύτητας του επιπέδου ( $\omega_y$ ) είναι

$$\overline{\omega_y} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \omega_y^i = 0,15433644 \frac{\text{deg}}{\text{min}}$$

**2.3** Δεδομένου ότι η περίοδος ιδιοπεριστροφής της Γης είναι  $T_{\oplus} = 23\text{h } 56'$  η γωνιακή ταχύτητα της Γης ( $\omega$ ) είναι:

$$T_{\oplus} = 23\text{h } 56' \Rightarrow T_{\oplus} = 1436 \text{ λεπτά}$$

$$\omega = \frac{360^\circ}{T_{\oplus}} \Rightarrow \omega = \frac{360^\circ}{1436} \Rightarrow \boxed{\omega = 0,2506963 \text{ μοίρες / λεπτό}}$$

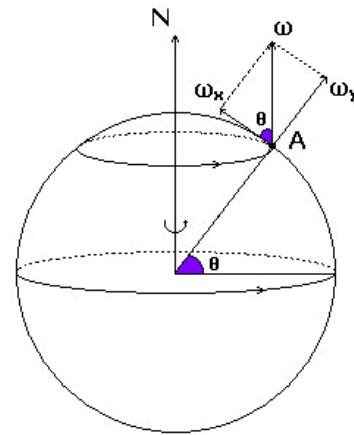
Η πραγματική τιμή για την γωνιακή ταχύτητα της Γης είναι  $\omega_{\text{th}} = 0,2506844$  μοίρες/λεπτό, επομένως το εκατοστιαίο σφάλμα της μέτρησής μας είναι

$$a = \frac{\omega - \omega_{\text{th}}}{\omega_{\text{th}}} \cdot 100\% = \frac{|0,2506963 - 0,2506844|}{0,2506844} \cdot 100\% = 0,005\%$$

**2.4** Το γεωγραφικό πλάτος  $\theta$  (Εικ. 3) του τόπου που βρίσκεται το εκκρεμές μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\omega_y = \omega \cdot \eta \mu \theta \Rightarrow \eta \mu \theta = \frac{\omega_y}{\omega} \Rightarrow \theta = \eta \mu^{-1} \left( \frac{\omega_y}{\omega} \right)$$

$\Rightarrow \theta = 37.99779177 \Rightarrow \boxed{\theta = 37^\circ 54' 28''}$   
 όπου  $\omega_y$  είναι η μέση τιμή της γωνιακής ταχύτητας του επιπέδου και  $\omega$  είναι η γωνιακή ταχύτητα της Γης.



**Εικ 3.** Διανυσματική ανάλυση της γωνιακής ταχύτητας

Το πραγματικό γεωγραφικό πλάτος για την συγκεκριμένη περιοχή είναι  $37^\circ 59'' 52'$ .

Το εκατοστιαίο λοιπόν σφάλμα της μέτρησής μας με βάση τον παραπάνω τύπο είναι  $0.0000368\%$ .

### Σχολιασμός των αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματά μας επιβεβαιώνουν αυτά του Φουκώ. Μετά από 1 ώρα παρατήρησης το εκκρεμές είχε ρίξει 2 πείρους από τους 87 του δίσκου. Αυτό υποδεικνύει την σχετική κίνηση το δίσκου και του εκκρεμούς. Χρησιμοποιώντας ένα εκκρεμές επιβεβαιώσαμε ότι το επίπεδο ταλάντωσης του εκκρεμούς δεν αλλάζει κατά την περιστροφή του σημείου στήριξής του. Επομένως η κίνηση που παρατηρήσαμε στο μεγάλο εκκρεμές οφείλεται στην περιστροφή του δίσκου και συνεπώς στην περιστροφή της Γης και όχι στην κίνηση του εκκρεμούς.

Με βάση τα δεδομένα μας υπολογίσαμε επιτυχώς την γωνιακή ταχύτητα της Γης. Υπολογίσαμε επίσης με πολύ μεγάλη ακρίβεια το γεωγραφικό πλάτος του σχολείου της Ελληνογερμανικής Αγωγής.

Δεδομένου ότι το εκκρεμές σε μια ώρα έριξε δυο πείρους, μέσα σε 24 ώρες αναμένεται να ρίξει περίπου 60 πείρους από τους 87. Αυτό σημαίνει ότι σε μια μέρα το επίπεδο δεν κάνει μια πλήρη περιστροφή όπως θα μπορούσε να υποθέσει κανείς, αλλά λιγότερο από μια. Αυτό συμβαίνει διότι η περιστροφή του επιπέδου οφείλεται μόνο σε μια από τις συνιστώσες της γωνιακής ταχύτητας της Γης. Της συνιστώσας που είναι κάθετη στο επίπεδο. Συνεπώς, δεδομένου ότι αυτή η συνιστώσα είναι μηδενική όταν βρισκόμαστε στον Ισημερινό, αν το εκκρεμές βρισκόταν στον Ισημερινό, το πείραμα δεν θα δούλευε. Σε αντίθεση με αυτό, στους πόλους η κάθετη συνιστώσα είναι μέγιστη και ίση με την γωνιακή ταχύτητα της Γης, συνεπώς αν το εκκρεμές βρισκόταν σε ένα από τους δυο

πόλους, το επίπεδο κάτω από το εκκρεμές θα εκτελούσε μια πλήρη περιστροφή, στο μέγιστο δυνατό χρόνο, δηλαδή σε 24 ώρες.

## **Συμπεράσματα**

Το γεγονός ότι η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της είναι γνωστό εδώ και αιώνες. Την εποχή του Φουκώ όμως δεν είχε αποδειχθεί πειραματικά ακόμα. Σε αυτήν την εργασία επαναλάβαμε το πείραμα του Φουκώ με το οποίο απέδειξε πειραματικά την περιστροφή της Γης.

Με βάση τις παρατηρήσεις και τις μετρήσεις μας μπορούμε εύκολα να πιστοποιήσουμε ότι το πείραμα του Φουκώ ήταν επιτυχές και ακριβές. Με βάση αυτό, όπως ο Φουκώ, έτσι και εμείς παρατηρήσαμε την περιστροφή της Γης. Προκειμένου να κάνουμε τους υπολογισμούς μας, θεωρήσαμε ότι η Γη είναι σφαιρική και χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες εξισώσεις υπολογίσαμε με επιτυχία την γωνιακή ταχύτητα της Γης καθώς και το γεωγραφικό πλάτος του σχολείου της Ελληνογερμανικής Αγωγής.

## **Πηγές**

- [1] [www.physics4u.gr](http://www.physics4u.gr)
- [2] [http://www.sciencenetlinks.com/lessons\\_printable.php?DocID=180](http://www.sciencenetlinks.com/lessons_printable.php?DocID=180)
- [3] <http://www.calacademy.org/products/pendulum/>
- [4] <http://itotd.com/articles/362/foucaults-pendulum/>
- [5] <http://www.cmnh.org/site/AtTheMuseum/OnExhibit/PermanentExhibits/Foucault.aspx>